

313F

کد کنترل

313

F

## آزمون (نیمه‌متمرکز) ورود به دوره‌های دکتری - سال ۱۴۰۱

دفترچه شماره (۱)

صبح جمعه ۱۴۰۰/۱۲/۶



جمهوری اسلامی ایران  
وزارت علوم، تحقیقات و فناوری  
سازمان سنجش آموزش کشور

«اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود.»  
امام خمینی (ره)

### رشته مهندسی هوا فضا - سازه‌های هوایی (کد ۲۳۳۳)

جدول مواد امتحانی، تعداد، شماره سؤال‌ها و زمان پاسخ‌گویی

زمان پاسخ‌گویی	تا شماره	از شماره	تعداد سؤال	مواد امتحانی
۱۵۰ دقیقه	۴۵	۱	۴۵	مجموعه دروس تخصصی: - ریاضیات مهندسی - روش اجزای محدود ۱ - تحلیل پیشرفته سازه‌های هوافضایی

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

این آزمون نمره منفی دارد.

حق چاپ، تکثیر و انتشار سؤال‌ها به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می‌باشد و یا متخلفان برابر مقررات رفتار می‌شود.

\* متقاضی گرامی، وارد نکردن مشخصات و امضا در کادر زیر، به منزله غیبت و حضور نداشتن در جلسه آزمون است.

اینجانب ..... با شماره داوطلبی ..... با آگاهی کامل، یکسان بودن شماره صندلی خود را با شماره داوطلبی مندرج در بالای کارت ورود به جلسه، بالای پاسخنامه و دفترچه سؤال‌ها، نوع و کد کنترل درج شده بر روی دفترچه سؤال‌ها و پایین پاسخنامه‌ام را تأیید می‌نمایم.

امضا:

۱- سری فوریه تابع  $f(x) = x + x^2$  در بازه  $-\pi < x < \pi$  به صورت زیر است:

$$\frac{\pi^2}{3} + \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{4(-1)^n \cos(nx)}{n^2} + \frac{2(-1)^{n+1} \sin(nx)}{n} \right)$$

مقدار سری  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4+n^2}{n^4}$ ، کدام است؟

$$\frac{\pi^2}{90} (2\pi^2 - 15) \quad (2)$$

$$\frac{\pi^2}{90} (4\pi^2 - 15) \quad (1)$$

$$\frac{\pi^2}{90} (4\pi^2 + 15) \quad (4)$$

$$\frac{\pi^2}{90} (2\pi^2 + 15) \quad (3)$$

۲- مقدار  $\int_0^{\infty} \frac{\omega}{1-\omega^2} \sin(\pi\omega) \cos\left(\frac{\omega\pi}{6}\right) d\omega$ ، کدام است؟

$$\frac{3\sqrt{3}}{4} \pi \quad (2)$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \pi \quad (1)$$

$$\sqrt{3} \pi \quad (4)$$

$$\frac{\sqrt{3}}{4} \pi \quad (3)$$

۳- تبدیل فوریه تابع جواب معادله گرمای نامتناهی زیر کدام است؟

$$\begin{cases} 4u_t = u_{xx} + \lambda tu & x \in \mathbb{R}, t \geq 0 \\ u(x, 0) = e^{-x^2} \\ u(x, t) \text{ کراندار} \end{cases}$$

$$\tilde{u}(\omega, t) = \sqrt{\pi} e^{t^2 - \frac{\omega^2}{4}(t+1)} \quad (1)$$

$$\tilde{u}(\omega, t) = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{t^2 - \frac{\omega^2}{4}(t+1)} \quad (2)$$

$$\tilde{u}(\omega, t) = e^{4t^2 - \omega^2(t+\frac{1}{4})} \quad (3)$$

$$\tilde{u}(\omega, t) = e^{-4t^2 + \omega^2(t-\frac{1}{4})} \quad (4)$$

-۴ جواب معادله زیر کدام است؟

$$\begin{cases} \psi u_{xx} = u_{tt}, & 0 < x < \pi, t \geq 0 \\ u_x(0, t) = u_x(\pi, t) = 0 \\ u(x, 0) = 0 \\ u_t(x, 0) = \psi \sin^2 x \end{cases}$$

$$u(x, t) = t - \frac{1}{\psi} \sin(\psi t) \cos(x) \quad (1)$$

$$u(x, t) = t - \frac{1}{\psi} \sin(\psi t) \cos(\psi x) \quad (2)$$

$$u(x, t) = -\frac{1}{\psi} \sin(\psi t) \cos(x) \quad (3)$$

$$u(x, t) = -\frac{1}{\psi} \sin(\psi t) \cos(x) \quad (4)$$

-۵ اگر معادله دیفرانسیل  $u_{tt} - u_{xx} = \delta(t-x)$ ، دارای شرایط اولیه  $u_t(x, 0) = 0$  و  $u(x, 0) = 0$  باشد، آنگاه تبدیل لاپلاس جواب معادله،  $f_t[u(x, t)] = U(x, s)$ ، به کدام صورت خواهد بود؟

$$U(x, s) = C_1 \cos(sx) + C_2 \sin(sx) + \frac{x}{\psi s} e^{-sx} \quad (1)$$

$$U(x, s) = C_1 e^{-sx} + C_2 e^{sx} + \frac{x}{\psi s} e^{-xs} \quad (2)$$

$$U(x, s) = C_1 \cos(sx) + C_2 \sin(sx) + \frac{1}{\psi s} e^{-sx} \quad (3)$$

$$U(x, s) = C_1 e^{-sx} + C_2 e^{sx} + \frac{1}{\psi s} e^{-sx} \quad (4)$$

-۶ اگر  $v(x, y)$  مزدوج همساز تابع  $u(x, y) = e^x(x \cos y - y \sin y)$  باشد و  $f = u + iv$ ، آنگاه  $f'(i \frac{\pi}{\psi})$  کدام است؟

$$\frac{\pi}{\psi} + i \quad (2)$$

$$-\frac{\pi}{\psi} + i \quad (1)$$

$$-\frac{\pi}{\psi} - i \quad (4)$$

$$\frac{\pi}{\psi} - i \quad (3)$$

-۷ تصویر ربع اول صفحه مختصات ( $y > 0, x > 0$ ) تحت نگاشت  $f(z) = \frac{z+i}{z-i}$ ، کدام است؟

$$\left\{ z \in \mathcal{C} \mid |z| > \frac{1}{\psi}, \operatorname{Im}(z) > 0 \right\} \quad (1)$$

$$\left\{ z \in \mathcal{C} \mid |z| < 1, \operatorname{Re}(z) > 0 \right\} \quad (2)$$

$$\left\{ z \in \mathcal{C} \mid |z| > 1, \operatorname{Im}(z) > 0 \right\} \quad (3)$$

$$\left\{ z \in \mathcal{C} \mid |z| < 2, \operatorname{Re}(z) > 0 \right\} \quad (4)$$

۸- اگر سری لوران تابع  $f(z) = \sin \frac{z}{1-z}$  حول تکین  $z=1$  به صورت  $\sum_{n=0}^{\infty} a_n (z-1)^n + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{b_n}{(z-1)^n}$  باشد، آنگاه

$$\sum_{n=0}^{\infty} a_n + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \text{ ، کدام است؟}$$

$$-\sin 1 - \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left( \frac{\sin 1}{(\gamma n)!} + \frac{\cos 1}{(\gamma n + 1)!} \right) \quad (1)$$

$$-\cos 1 - \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left( \frac{\cos 1}{(\gamma n)!} + \frac{\sin 1}{(\gamma n + 1)!} \right) \quad (2)$$

$$-\sin 1 - \cos 1 - \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left( \frac{\cos 1}{(\gamma n)!} + \frac{\sin 1}{(\gamma n + 1)!} \right) \quad (3)$$

$$-\sin 1 - \cos 1 - \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left( \frac{\sin 1}{(\gamma n)!} + \frac{\cos 1}{(\gamma n + 1)!} \right) \quad (4)$$

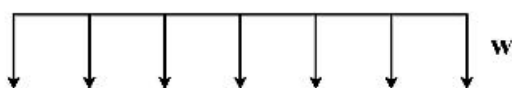
۹- تابع  $f(z) = z^8 - 4z^5 + z^2 - 1$  چند ریشه درون دایره واحد به مرکز مبدأ دارد؟

۴ (۱)      ۵ (۲)      ۶ (۳)      ۸ (۴)

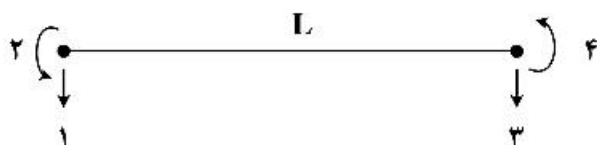
۱۰- حاصل  $\oint_{|z|=1} \frac{e^{iz} - 1}{z \sin z} dz$  ، کدام است؟

۰ (۱)       $\pi$  (۲)       $2\pi$  (۳)      صفر (۴)

۱۱- برای المان تیر تیموشنکو نشان داده شده بار معادل گره‌ای برابر با کدام است؟



$$\left[ \frac{wL}{2} \quad \frac{wL^2}{12} \quad \frac{wL}{2} \quad -\frac{wL^2}{12} \right]^T \quad (1)$$

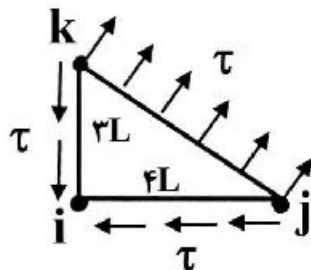


$$\left[ \frac{wL}{2} \quad \frac{wL^2}{12} \quad \frac{wL}{2} \quad \frac{wL^2}{12} \right]^T \quad (2)$$

$$\left[ \frac{wL}{2} \quad -\frac{wL^2}{12} \quad \frac{wL}{2} \quad \frac{wL^2}{12} \right]^T \quad (3)$$

$$\left[ \frac{wL}{2} \quad 0 \quad \frac{wL}{2} \quad 0 \right]^T \quad (4)$$

- ۱۲- المان مثلثی (CST) شکل مقابل با ضخامت  $t$  تحت تأثیر بار گسترده  $\tau$  مطابق شکل قرار گرفته است. بار گره‌ای معادل این بارگذاری برای گره  $i$  کدام است؟



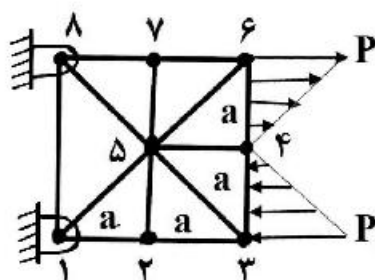
$$f_y = 2Lt\tau, f_x = +\frac{3}{2}Lt\tau \quad (1)$$

$$f_y = 0, f_x = -2Lt\tau \quad (2)$$

$$f_y = -\frac{3}{2}Lt\tau, f_x = -2Lt\tau \quad (3)$$

$$f_y = 0, f_x = 0 \quad (4)$$

- ۱۳- صفحه شکل زیر تحت تأثیر بار گسترده نشان داده شده قرار گرفته است. بار گره‌ای معادل گره‌های ۳ و ۶ به ترتیب کدام است؟ (المان‌ها مثلثی (CST) با ضخامت ثابت  $t$  می‌باشند.)



$$+\frac{Pa}{2}, -\frac{Pa}{2} \quad (1)$$

$$+\frac{Pa}{3}, -\frac{Pa}{3} \quad (2)$$

$$+2Pa, -2Pa \quad (3)$$

$$+2Pa, -2Pa \quad (4)$$

- ۱۴- در تحلیل خمشی صفحات مرکب چند لایه، مزیت المان Continuum Shell (C.S) نسبت به المان Shell (Sh.) کدام است؟

(۱) در تحلیل خرابی جدایش بین لایه‌ای، المان (C.S) مناسب‌تر از المان (Sh.) می‌باشد.

(۲) با المان (Sh.) نمی‌توان صفحات متشکل از مواد مرکب چند لایه را مدل‌سازی کرد.

(۳) المان (C.S) مزیتی نسبت به المان (Sh.) برای تحلیل مواد مرکب ندارد.

(۴) با دقت یکسان صفحه را با تعداد کمتری از المان (C.S) نسبت به المان (Sh.) می‌توان مدل‌سازی کرد.

- ۱۵- در یک تبدیل هندسی بین المان مرجع و المان‌های حقیقی در تحلیل روش اجزای محدود کدام جمله صحیح است؟

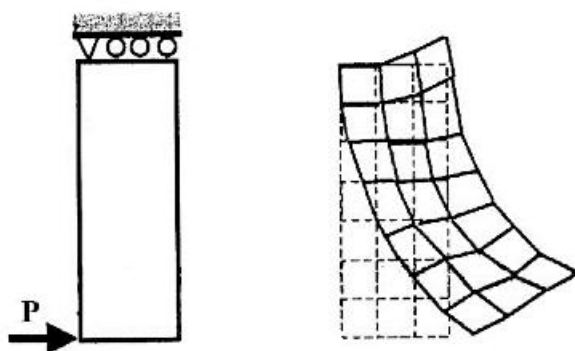
(۱) چگونگی تبدیل المان‌های حقیقی به المان مرجع، وابسته به توابع درون‌یابی می‌باشد.

(۲) کلیه نقاط المان مرجع باید قابل تبدیل به نقاط متناظر از المان حقیقی باشند و بالعکس.

(۳) المان‌های حقیقی با شکل هندسی یکسان و ابعاد مختلف دارای المان مرجع واحد می‌باشند.

(۴) هر سه پاسخ صحیح است.

- ۱۶- شکل سمت راست نتایج تغییر مکان حل مسئله سمت چپ است. با توجه به نتایج به‌دست آمده کدام عبارت صحیح است؟



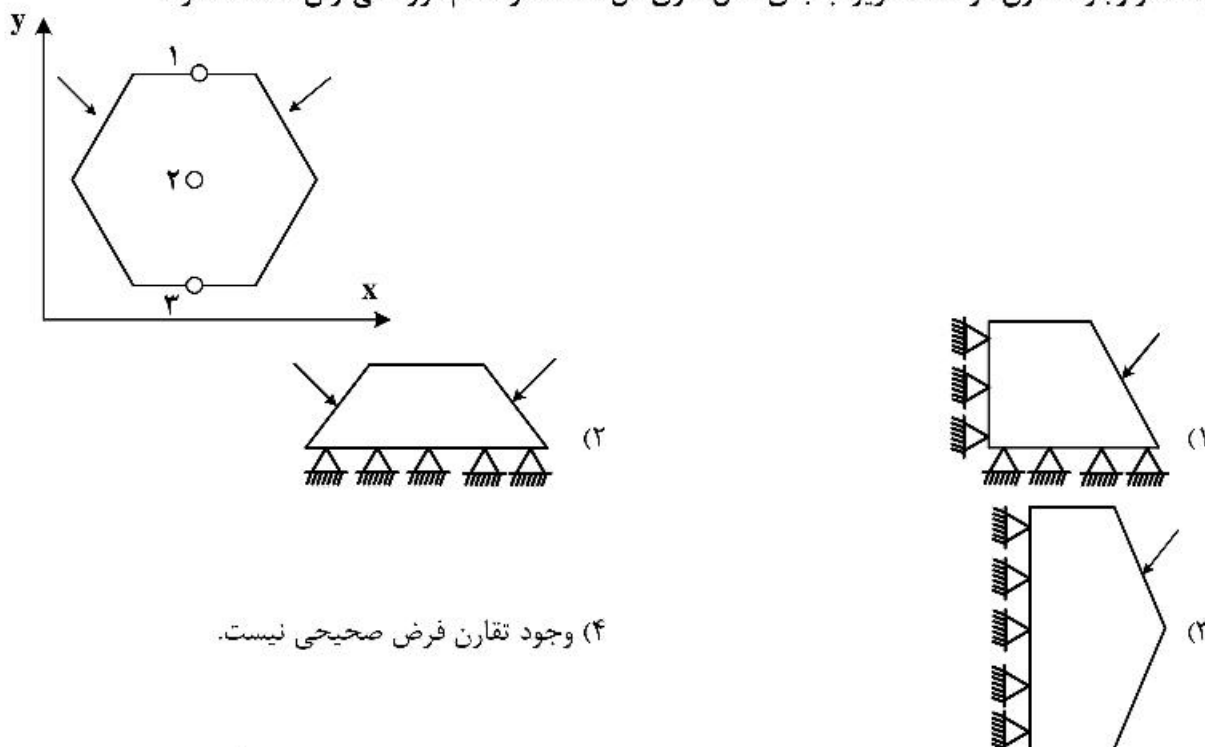
(۱) تمامی شرایط مرزی درست اعمال شده است.

(۲) هم شرایط مرزی و هم بارگذاری اشتباه اعمال شده است.

(۳) شرایط مرزی درست اعمال شده ولی بارگذاری درست اعمال نشده است.

(۴) شرایط مرزی درست اعمال نشده ولی بارگذاری درست اعمال شده است.

۱۷- به خاطر وجود تقارن در مسئله زیر، به جای مدل‌سازی کل مسئله از کدام مورد می‌توان استفاده کرد؟

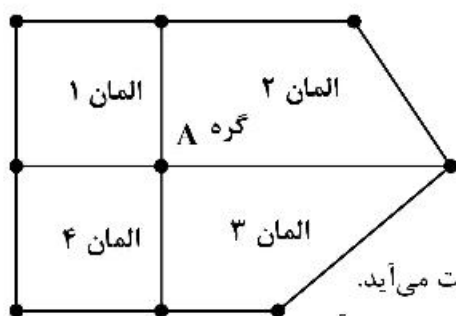


(۴) وجود تقارن فرض صحیحی نیست.

۱۸- کدام یک از المان‌های یک بعدی زیر می‌تواند یک المان پیوسته از مرتبه ۱ (Continuous - C<sup>1</sup>) باشد؟

- (۱) المانی دو گرهی با دو درجه آزادی در هر گره
- (۲) المانی سه گرهی با یک درجه آزادی در هر گره
- (۳) المانی دو گرهی با یک درجه آزادی در هر گره
- (۴) المانی چهار گرهی با یک درجه آزادی در هر گره

۱۹- در سازه مش‌بندی شده زیر تنش در گره A:



(۱) به‌طور مستقیم از حل اجزاء محدود محاسبه می‌شود. ( $\sigma = D\varepsilon$ )

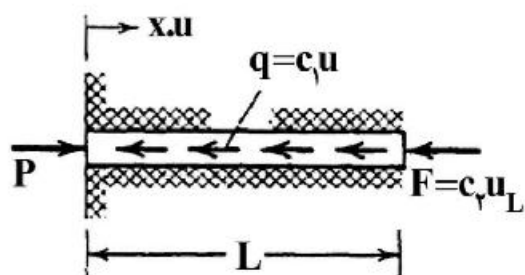
(۲) با میانگین‌گیری کردن از مقادیر نقاط گوس نزدیک به این گره به دست می‌آید.

(۳) با میانگین‌گیری نتایج همه المان‌ها پس از برون‌یابی در تک‌تک آنها به دست می‌آیند.

(۴) به‌طور مستقیم از روی مقادیر نقطه‌ای گوس یکی از المان‌های اطراف این نقطه به دست می‌آید.

۲۰- میله‌ای به طول  $L$  در یک محیط الاستیک قرار گرفته است. این میله تحت بار گسترده  $q$  و نیروی متمرکز  $F$  از طرف محیط

الاستیک و بار خارجی  $P$  قرار دارد. برای محاسبه تغییر مکان در طول میله حداقل چه مرتبه المانی پیشنهاد می‌شود؟



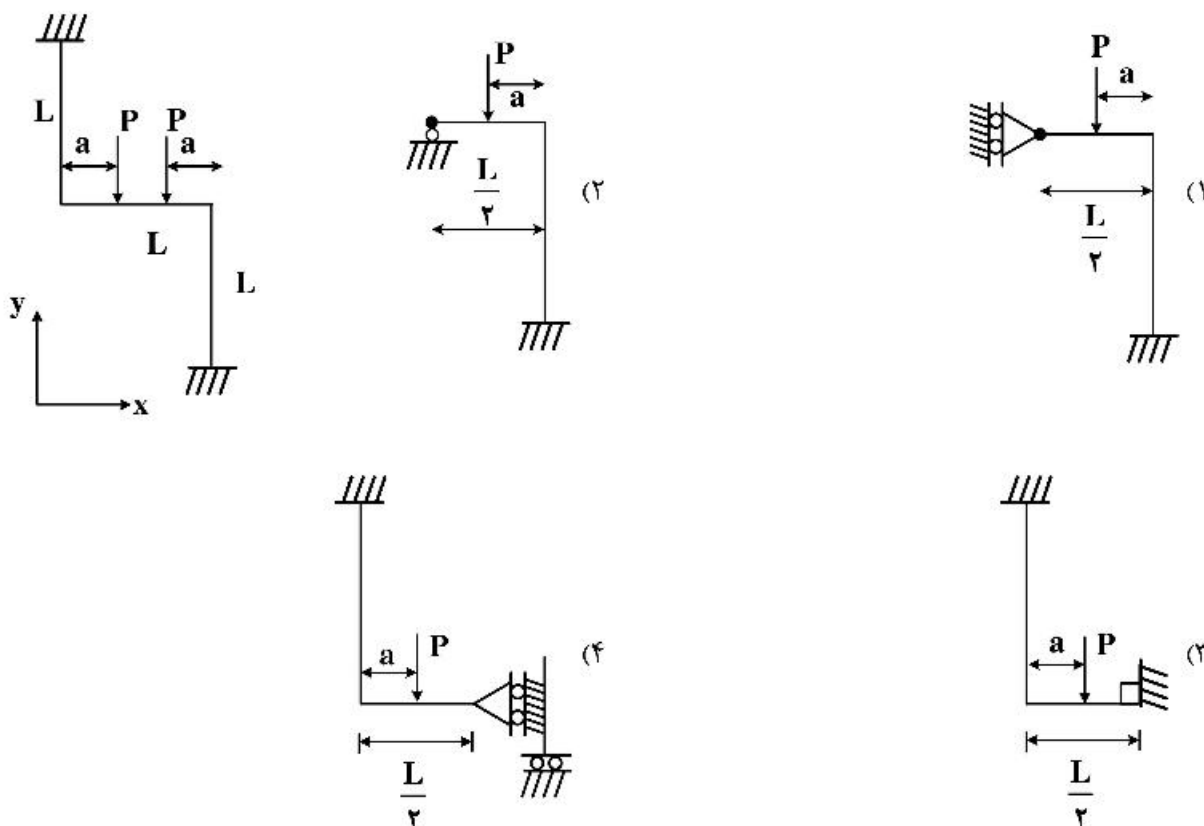
(۱) المان خطی

(۲) المان درجه دوم

(۳) المان درجه سوم هرمیتی

(۴) المان درجه سوم لاگرانژی

۲۱- کدام یک از موردهای زیر مدل اجزاء محدود مناسب برای سازه نشان داده شده در شکل زیر می‌باشد؟



۲۲- کدام مورد از روش‌های باقیمانده وزنی نیست؟

- (۱) روش ریتز (Ritz)  
 (۲) روش گلرکین (Galerkin)  
 (۳) روش زیر دامنه (Subdomain)  
 (۴) روش همانید (Collocation)

۲۳- کدام مورد صحیح است؟

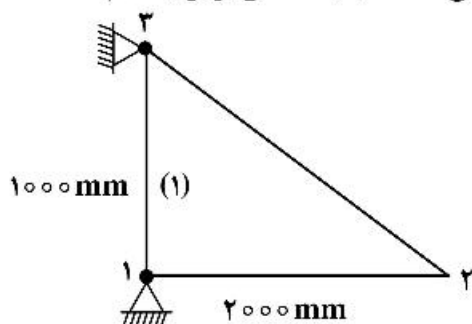
- (۱) در روش رایلی - ریتز نیازی به ارضای کلیه شرایط مرزی ضروری نیست.  
 (۲) در روش رایلی - ریتز نیازی به ارضای شرایط مرزی طبیعی مسئله نیست.  
 (۳) در روش رایلی - ریتز باید کلیه شرایط مرزی اعم از طبیعی و ضروری ارضا شوند.  
 (۴) در روش گلرکین ارضای شرایط مرزی ضروری، کافی است.

۲۴- بردار نیروی حجمی المان مثلثی به ضخامت  $t$  و مساحت  $A$  در معرض نیروهای حجمی  $(B_x, B_y)$  با رابطه

$$\frac{tA}{3} \begin{Bmatrix} B_x \\ B_y \\ B_x \\ B_y \\ B_x \\ B_y \end{Bmatrix}$$

محاسبه می‌شود. برای صفحه فولادی مثلثی شکل زیر با ضخامت ۳ میلی‌متر که در صفحه قائم بر زمین

قرار گرفته و فقط نیروی وزن خودش را تحمل می‌کند، بردار نیروی حجمی مسئله با یک المان برابر با کدام است؟



$$g = 10 \frac{m}{s^2}$$

$$\rho = 7800 \frac{kg}{m^3}$$

$$\begin{Bmatrix} \circ \\ -234 \\ \circ \\ -234 \\ \circ \\ -234 \end{Bmatrix} \quad (4) \quad \begin{Bmatrix} \circ \\ -78 \\ \circ \\ -78 \\ \circ \\ -78 \end{Bmatrix} \quad (3) \quad \begin{Bmatrix} \circ \\ -0,234 \\ \circ \\ -0,234 \\ \circ \\ -0,234 \end{Bmatrix} \quad (2) \quad \begin{Bmatrix} \circ \\ -0,78 \\ \circ \\ -0,78 \\ \circ \\ -0,78 \end{Bmatrix} \quad (1)$$

۲۵- المان قاب صفحه‌ای را می‌توان از ترکیب کدام المان‌ها به دست آورد؟

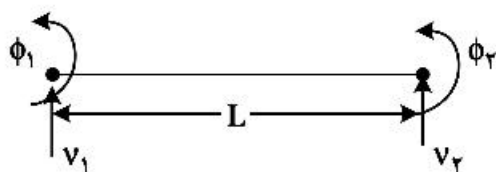
(۱) المان خریا و المان تیر

(۲) المان تیر و المان عنصر تحت نیروی محوری

(۳) المان خریا و المان تحت نیروی محوری

(۴) المان خریا و المان تیر و المان عنصر تحت نیروی محوری

۲۶- کدام مورد معرف تابع شکل مربوط به درجه آزادی  $\phi_1$  در المان تیر نشان داده شده است؟



$$\frac{1}{L^3} (x^3 L - x^2 L^2) \quad (1)$$

$$\frac{1}{L^3} (-2x^3 + 3x^2 L) \quad (2)$$

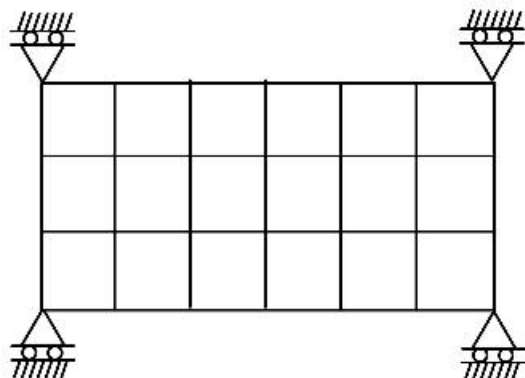
$$\frac{1}{L^3} (2x^3 - 3x^2 L + L^3) \quad (3)$$

$$\frac{1}{L^3} (x^3 L - 2x^2 L^2 + x L^3) \quad (4)$$



۲۷- فرکانس‌های طبیعی سازه دویعدی نشان داده شده در شکل زیر توسط روش اجزاء محدود محاسبه شده است. تعداد

فرکانس‌های صفر محاسبه شده برابر با کدام است؟



۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

۰ (۴)

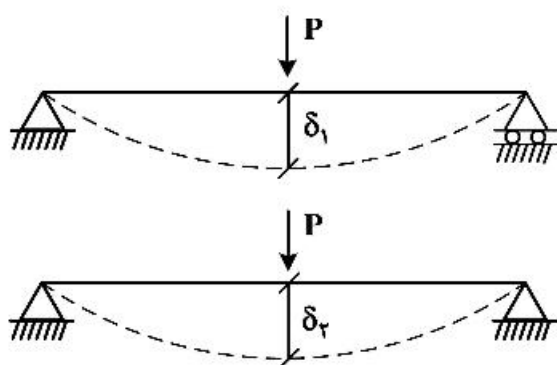
۲۸- تیر خمشی مقابل با دو شرایط تکیه‌گاهی متفاوت بارگذاری شده است. کدام جمله صحیح است؟

(۱) در کلیه تئوری‌های خمش همیشه  $\delta_1$  برابر است با  $\delta_p$

(۲) تنها در تئوری خطی کلاسیک در خمش  $\delta_1$  برابر است با  $\delta_p$

(۳) در تئوری خطی خمش مرتبه اول  $\delta_p$  بزرگتر است از  $\delta_1$

(۴) در تئوری غیرخطی کلاسیک خمش  $\delta_1$  برابر است با  $\delta_p$



۲۹- ستونی از جنس فولاد با  $E = 200 \text{ GPa}$  و  $\sigma_y = 400 \text{ MPa}$  و مقطع مربعی به طول ضلع  $a = 10 \text{ cm}$  مفروض است. اگر شرایط مرزی به صورت یک انتها تکیه‌گاه ساده و انتهای دیگر تکیه‌گاه گیردار باشد، حداقل مقدار مجاز

برای نسبت لاغری  $\lambda$  ستون را طوری تخمین بزنید که تسلیم در آن اتفاق نیفتد. (فرض کنید  $\pi^2 = 10$ )

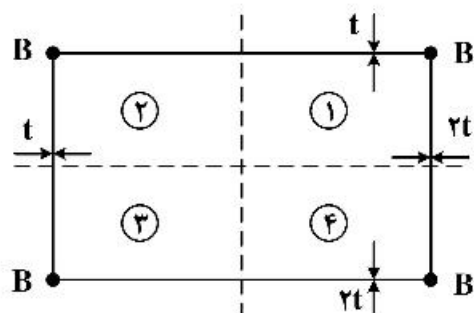
$$\lambda = \frac{100}{\sqrt{2}} \quad (۲)$$

$$\lambda = 100\sqrt{2} \quad (۱)$$

$$\lambda = 100 \quad (۴)$$

$$\lambda = \frac{100}{\sqrt{6}} \quad (۳)$$

۳۰- مرکز برش شکل زیر در کدام ناحیه قرار دارد؟ (تمامی تقویت‌های نشان داده شده دارای سطح یکسان B هستند).



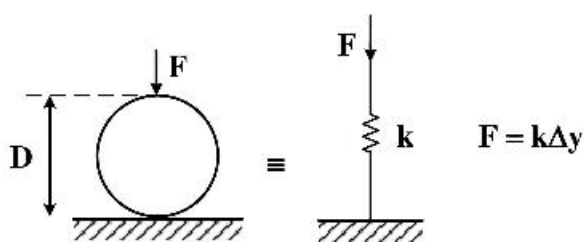
۱ (۱)

۴ (۲)

۲ (۳)

۳ (۴)

۳۱- یک رینگ فلزی تحت بار متمرکز  $F$  قرار گرفته است. چنانچه در مدلسازی سازه‌ای، رینگ مذکور را با یک فنر خطی جایگزین نماییم، برای تغییر شکل‌های بسیار کوچک، ثابت فنر ( $k$ ) کدام است؟



$$(1) \frac{EI}{R^3} \left( \frac{\pi}{4} - \frac{2}{\pi} \right)^{-1}$$

$$(2) \frac{EI}{R^3} \left( \frac{2\pi}{3} - \frac{4}{\pi} \right)^{-1}$$

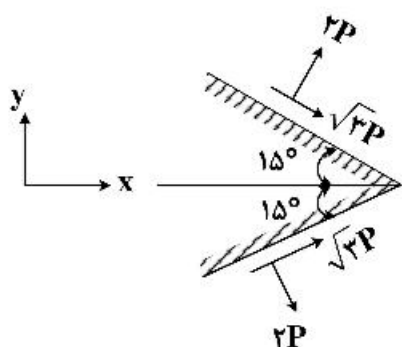
$$(3) \frac{EI}{R^3} \left( \frac{\pi}{2} - \frac{4}{\pi} \right)^{-1}$$

$$(4) \frac{EI}{R^3} \left( \frac{\pi}{2} - \frac{1}{\pi} \right)^{-1}$$

۳۲- در حل مسائل الاستیسیته در چه حالتی استفاده از معادلات سازگاری الزامی نیست؟

- (۱) درحالتی که در روش حل، فرض اولیه بر روی میدان‌های تغییر مکان باشد.
- (۲) درحالتی که در روش حل، فرض اولیه بر روی میدان‌های تنش باشد.
- (۳) همیشه استفاده از معادلات سازگاری الزامی است.
- (۴) در مسائلی که هندسه متقارن باشد.

۳۳- در المان نشان داده شده مجموع تنش‌های  $\sigma_y + \sigma_x$  کدام است؟



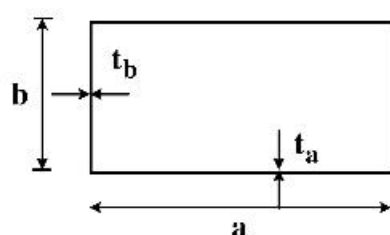
$$(1) 6P$$

$$(2) 10P$$

$$(3) (2 + \sqrt{2})P$$

$$(4) (2\sqrt{3} + 4)P$$

۳۴- در یک تیر با مقطع جدار نازک مستطیلی در چه صورت وارپینگ صفر است؟



$$(1) at_b = bt_a$$

$$(2) at_a = bt_b$$

(۳) سطح مقطع نشان داده شده همواره دارای وارپینگ است.

(۴) سطح مقطع نشان داده شده همواره فاقد وارپینگ است.

۳۵- در یک تیر تحت خمش اگر تنش نرمال  $\sigma_z$  از رابطه

$$\sigma_z = \frac{-M_x(I_{yy}y - I_{xy}x)}{I_{xx}I_{yy} - I_{xy}^2} + \frac{M_y(I_{xx}x - I_{xy}y)}{I_{xx}I_{yy} - I_{xy}^2}$$

محاسبه

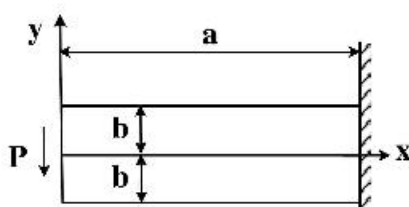
گردد. زاویه تار خنثی از چه رابطه‌ای تعیین می‌گردد؟  $(\tan \alpha = \frac{yN.A.}{xN.A.})$

$$\tan \alpha = \frac{M_y I_{xx} - M_x I_{xy}}{M_x I_{yy} + M_y I_{xy}} \quad (2) \qquad \tan \alpha = -\frac{M_y I_{xx} - M_x I_{xy}}{M_x I_{yy} - M_y I_{xy}} \quad (1)$$

$$\tan \alpha = \frac{M_y I_{xx} + M_x I_{xy}}{M_x I_{yy} - M_y I_{xy}} \quad (4) \qquad \tan \alpha = \frac{M_y I_{xx} - M_x I_{xy}}{M_x I_{yy} - M_y I_{xy}} \quad (3)$$

۳۶- برای یک تیر یک سر گیردار با بار انتهایی  $P$  تابع تنش ابری به صورت ذیل است.  $C_1$  و  $C_2$  کدام‌اند؟ (ضخامت تیر واحد است).

$$\phi = C_1 xy^2 + C_2 xy$$



$$C_2 = -\frac{3P}{4y} \text{ و } C_1 = \frac{P}{6y^2} \quad (1)$$

$$C_2 = 4b^2 \text{ و } C_1 = \frac{4}{3}b^2 \quad (2)$$

$$C_2 = -\frac{3P}{4b} \text{ و } C_1 = \frac{P}{4b^2} \quad (3)$$

$$C_2 = \frac{4P}{b} \text{ و } C_1 = \frac{4P}{y^2} \quad (4)$$

۳۷- معادله ذیل بیان‌کننده چیست؟ (حالت کرنش صفحه‌ای)

$$\nabla^2(\sigma_x + \sigma_y) = 0$$

(۱) معادلات تعادل در عدم حضور نیروهای جسمی و حرارتی

(۲) معادلات سازگاری بر اساس تنش در عدم حضور بارهای حرارتی و نیروهای جسمی

(۳) معادلات تعادل در عدم حضور بارهای حرارتی و حضور نیروهای جسمی

(۴) معادله بای هارمونیک حاکم بر تابع پتانسیل تنش در عدم حضور نیروهای جسمی و بارهای حرارتی

۳۸- برای یک مسئله کرنش سطحی (Plane Strain) میدان جابه‌جایی ذیل تنها در صورتی سازگار است که:

$$u = \frac{1}{3}Ax^2y + Bxy^2 + Cy^2 + Dx$$

$$v = -\frac{1}{3}Ay^2x - Bx^2y + Cx^2 + Ey$$

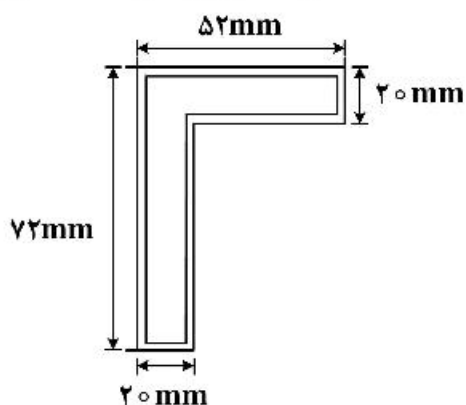
$$A = 0 \quad (2)$$

$$B = 0 \quad (1)$$

(۴) همواره سازگار است.

$$A = C \quad (3)$$

۳۹- مقطع یک عضو تو خالی جدار نازک، در شکل زیر با ضخامت یکنواخت  $2\text{ mm}$  است. اگر گشتاور پیچشی  $36\text{ N.m}$  بر



این عضو اعمال شود مقدار تنش برشی متوسط چند MPa است؟

(۱)  $2/5$

(۲)  $5$

(۳)  $10$

(۴)  $20$

۴۰- در حل مسئله پیچش میله با استفاده از تابع پوانتل  $\phi$ ، با فرض اینکه Z راستای محور باشد، کدام مورد نادرست است؟

(۱)  $\tau_{xy} = \frac{\partial \phi}{\partial z}$

(۲)  $\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z = 0$

(۳)  $T = \iint \phi \, dx \, dy$

(۴)  $\nabla^2 \phi = \text{const.}$

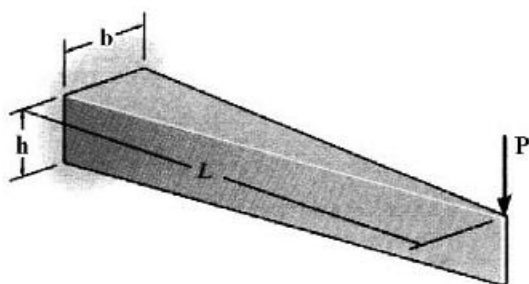
۴۱- انرژی کرنشی ناشی از خمش در تیر مقابل کدام است؟

(۱)  $\frac{2P^2L^2}{bh^3E}$

(۲)  $\frac{2P^2L^2}{bh^2E}$

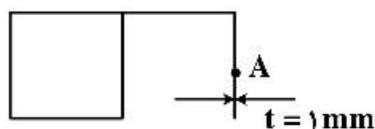
(۳)  $\frac{2P^2L^2}{bh^2E}$

(۴)  $\frac{2P^2L^2}{bh^3E}$



۴۲- مقطع ترکیبی باز و بسته مطابق شکل تحت گشتاور  $T = 2\text{ kN.m}$  قرار دارد. بیشینه تنش برشی در نقطه A چند

مگاپاسکال است؟ (صلبیت پیچشی کل مقطع  $GJ = 2 \times 10^{10}\text{ N.mm}^2$  و مدول برشی  $G = 25000\text{ N/mm}^2$  است.)



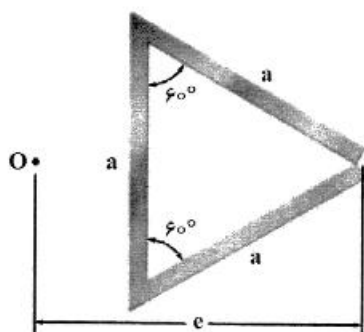
(۱)  $1/25$

(۲)  $5$

(۳)  $2/5$

(۴)  $7/5$

۴۳- برای تیری با مقطع نشان داده شده فاصله  $e$  (از رأس تا مرکز برش مقطع) کدام است؟



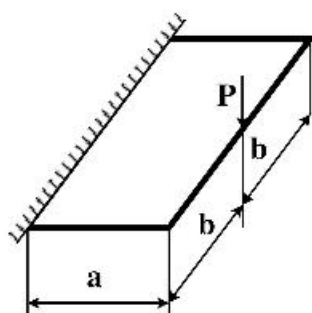
$$(1) \sqrt{2}a$$

$$(2) \frac{2\sqrt{3}}{3}a$$

$$(3) \frac{2\sqrt{2}}{3}a$$

$$(4) \sqrt{3}a$$

۴۴- سازه‌ای از سه فریم ساخته شده است که در صفحه افقی و تحت نیروی عمودی  $P$  در وسط قرار دارد. تکیه‌گاه‌ها گیردار هستند. گشتاور پیچشی عکس‌العمل هر تکیه‌گاه کدام است؟



$$(1) \frac{Pa^2}{GJ} \left( \frac{b}{EI} + \frac{a}{GJ} \right)$$

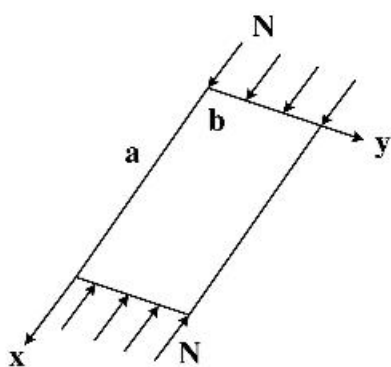
$$(2) \frac{Pb^2}{2(b + a \frac{EI}{GJ})}$$

$$(3) \frac{Pa^2}{2(a + b \frac{GJ}{EI})}$$

$$(4) \frac{Pb^2}{4(\frac{b}{EI} + \frac{a}{GJ})}$$

۴۵- بار کمانش یک ورق مستطیلی با طول و عرض  $a$  و  $b$  برابر است با  $k = (\frac{mb}{a} + \frac{a}{mb})^2$  و  $N_{cr} = \frac{k\pi^2 D}{b^2}$  که  $D$  سفتی خمشی و  $m$  تعداد نیم موج در راستای  $x$  است. از این رابطه کدام مورد را نمی‌توان نتیجه گرفت؟

(نیروی  $N$  در راستای  $x$  وارد شده است.)



$$(1) \frac{a}{b} = \sqrt{2} \text{ نقطه‌گذر از مود } m=1 \text{ به } m=2 \text{ است.}$$

$$(2) \text{ ممکن است با افزایش نسبت } \frac{a}{b} \text{ پایداری ورق بالاتر رود.}$$

$$(3) \frac{a}{b} = \sqrt{5} \text{ نقطه‌گذر از مود } m=2 \text{ به } m=3 \text{ است.}$$

$$(4) \text{ برای برخی نسبت‌های } \frac{a}{b} \text{ ممکن است } m=1 \text{ مود اول بحرانی نباشد.}$$





